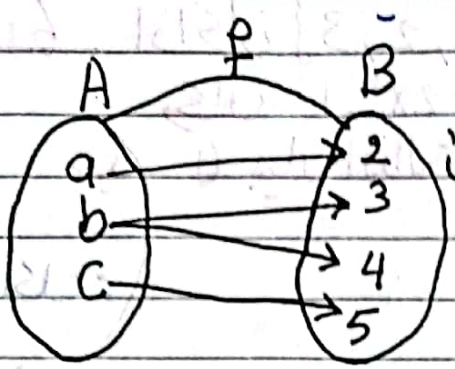
الفصل الثاني: الدوال الحقيقية

- **الدالة:** اذا كان لدينا مجموعتين غير خاليتين وكان كل عنصر من المجموعة الأولى يقترن بعنصر واحد فقط من المجموعة الأخرى



$A \leftarrow$ تسمى مجال الدالة
$B \leftarrow$ المجال المقابل
$f \leftarrow$ الدالة

f ليست دالة لان b يقترن بعنصرين من 3,4 في المجال المقابل

* العنصر في المجال العنصر الذي منه له صورة واحدة في المجال المقابل

المدى: هي مجموعة عناصر مجموعة المجال المقابل التي تمثل صوراً لعناصر المجال ...

مثال 5: اذا كان $A=\{0,2,4\}$ ، $B=\{2,4,6\}$ وكان:

$f: A \xrightarrow{\text{المجال}} B \xrightarrow{\text{المجال المقابل}} y = f(x) = x+2$

جد 1) بيان الدالة 2) مدى الدالة 3) مخططها السهمي

1) $f(x) = x+2$

$f(0) = 0+2 = 2 \rightarrow (0,2)$

$f(2) = 2+2 = 4 \rightarrow (2,4)$

$f(4) = 4+2 = 6 \rightarrow (4,6)$

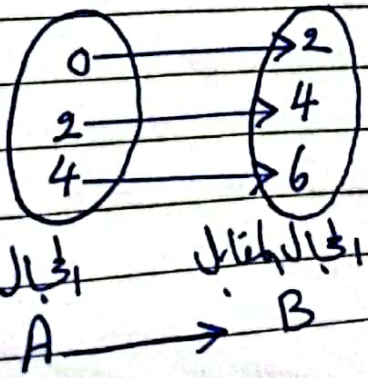
هبة محمد القطان المهندسة

* هذه دالة لان كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد في المجال المقابل ...

1) بيان الدالة $= \{(0,2),(2,4),(4,6)\}$

2) المدى $= \{2,4,6\}$

3)



Scanned with CamScanner

مثال 6 اذا كان $X=\{-2,-1,0,2,3\}$, $Y=\{-1,1,17,7\}$

وكان $f: X \to Y : y = f(x) = 2x^2 - 1$

جد 1) بيان الدالة 2) مدى الدالة 3) خططها السهمي

الحل:

1) $f(x) = 2x^2 - 1$

$f(-2) = 2(-2)^2 - 1 = 2(4) - 1 = 8 - 1 = 7 \Rightarrow (-2,7)$

$f(-1) = 2(-1)^2 - 1 = 2(1) - 1 = 1 \Rightarrow (-1,1)$

$f(0) = 2(0)^2 - 1 = 0 - 1 = -1 \Rightarrow (0,-1)$

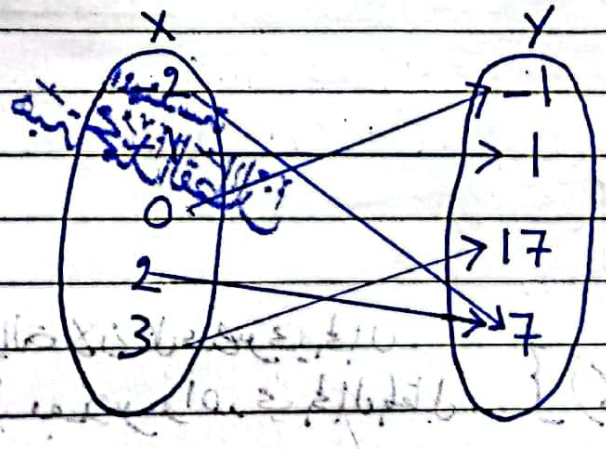
$f(2) = 2(2)^2 - 1 = 2(4) - 1 = 7 \Rightarrow (2,7)$

$f(3) = 2(3)^2 - 1 = 2(9) - 1 = 17 \Rightarrow (3,17)$

بيان الدالة $= \{(-2,7), (-1,1), (0,-1), (2,7), (3,17)\}$

2) مدى الدالة $= \{-1, 1, 7, 17\}$

3)



هيئة مهندسة ممثل القطاع

Scanned with CamScanner

الدوال الحقيقية

- متعددة التعريف
  - ثابتة: $f(x)=3$ (عدد ثابت)
  - خطية: $f(x)=x+1$، $f(x)=2x-1$
  - تربيعية: $f(x)=x^2$، $f(x)=x^2+2x+1$
  - تكعيبية: $f(x)=x^3+1$، $f(x)=x^3+x^2+3x-1$
  - الكسرية: $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$، $f(x)=\frac{x^2}{2x^2+3}$
  - الجذرية: $f(x)=\sqrt{x+1}$، $f(x)=\sqrt[3]{2x^2+3}$

(أوسع مجال لها هو مجموعة الأعداد الحقيقية R)

مثال 7

مثال 8: حدد أوسع مجال للدالة لكل من الدوال الآتية

① $f(x)=\frac{1}{x-3}$

$x-3=0 \rightarrow x=3$

أوسع مجال $=\{x\in R \mid 3\}$

② $f(x)=\frac{x-13}{x^2-5x-6}$

$x^2-5x-6=0$

$(x-6)(x+1)=0$

(1) $x-6=0 \Rightarrow x=6$

(2) $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

أوسع مجال للدالة هو $R-\{6,-1\}$

③ $f(x)=\frac{x+3}{x^2-9}$

$x^2-9=0$ طريقة أخرى ← $[x^2=9]$ ضد الطرفين

$(x-3)(x+3)=0$

$x=\pm 3$

اما $x-3=0 \Rightarrow x=3$

(2) $x+3=0 \Rightarrow x=-3$

أوسع مجال $=\{x\in R / \pm 3\}$

هبة المهندسة محمد القصار

مثال 9: حدد أوسع مجال للدالة لكل من الدوال الآتية:

① $f(x)=\sqrt[\text{زوجي}]{x-3}$

* المقدار الذي بداخل الجذر يجعله أكبر أو يساوي صفر (لأن دليل الجذر زوجي)

$x-3\geq 0$

$x\geq 3$

② أوسع مجال $\{x\in R : x\geq 3\}$

Scanned with CamScanner

② $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 2}$

بما أن الجذر دليله فردي فإن أوسع مجال للدالة هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

↓

④ $f(x) = \sqrt[5]{2x - 5}$ ، أوسع مجال ، R

لأن دليل الجذر فردي

③ $f(x) = \sqrt[4]{4 - x^2}$ أوسع مجال

$4 - x^2 \geq 0$

$[4 \geq x^2]$ جذر الطرفين

$\pm 2 \geq x$

أوسع مجال $[-2, +2]$

⑤ $f(x) = \sqrt[6]{x^2 - 9}$ أوسع مجال R

$x^2 - 9 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 9$

$x \geq \pm 3$

$R / (-3, +3)$

الأصغر هو الأكبر

هيئة مجلس الهندسة للتصالح

(المدى)

الدالة الثابتة $f(x) = a$ يكون مداها هو $\{a\}$

الدالة الخطية $f(x) = ax + b$ يكون مداها R

الدالة التربيعية $f(x) = ax^2 + bx + c$ يكون مداها هو

نحول الدالة من دالة متغير x إلى متغير y أي x بدلالة y فنحصل على دالة جديدة نجري عليها نفس خطوات سلوك هذه الدالة نحصل على المدى

الدالة الجذرية ذات الدليل الفردي يكون مداها هو R

الدالة الجذرية ذات الدليل الزوجي لابد أن نجد

① نجد أوسع مجال لها

② نفرض قيم أربع مجال في ملاحظة الاقتران مبتدئاً من الحدود الدنيا للفترة ونضيف لها قيم من داخل الفترة حتى نعرف هل أن الدالة متزايدة أم متناقصة

- إذا كانت متزايدة فإن المدى يكون $[a, \infty)$
- إذا كانت متناقصة فإن المدى يكون $(-\infty, a]$

حيث a هي الحل لـ $f(x) = 0$

الدالة التكعيبية يكون مداها هو R

Scanned with CamScanner

مثال 11 جد المدى للدالة $f(x) = -\sqrt{x+4}$ ص 68

$x+4 \geq 0 \rightarrow x \geq -4$

اوسع مجال $[-4, \infty)$

$f(-4) = -\sqrt{-4+4} = -\sqrt{0} = 0$

$f(0) = -\sqrt{0+4} = -\sqrt{4} = -2$

f متناقصة

المدى $= (-\infty, -4]$

او $\{y \in R : y \leq -4\}$

بالكتاب مكتوب غلط هو -4

مثال 12 جد المدى للدالة $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 - 5x + 7}$

بكل:

$R = (-\infty, \infty)$

مثال 13 جد المدى لكل من الدوال الاتية:

⑤ $f(x) = 3x^2 + 6$

$y = 3x^2 + 6$

$[3x^2 = y - 6] \div 3$

$\left(x^2 = \frac{y-6}{3}\right)$ جذر الطرفين

$x = \pm\sqrt{\frac{y-6}{3}}$

كل ما بداخل الجذر اكبر او يساوي صفرا

$\left[\frac{y-6}{3} \geq 0\right] * 3$

$y - 6 \geq 0 \Rightarrow y \geq 6$

المدى $\{y \in R ; y \geq 6\}$

هيئة تحرير المجلة الهندسية

Scanned with CamScanner
ممكن تعمل CamScanner

⑨ $y = \sqrt{16 - x^2}$

$16 - x^2 \geq 0 \Rightarrow 16 \geq x^2 \Rightarrow x^2 \leq 16$

$x \leq \pm 4$

أوسع مجال $[-4, 4]$

$f(-4) = \sqrt{16-(-4)^2} = 0$

$f(-2) = \sqrt{16-(-2)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$f(0) = \sqrt{16-0} = 4$ ← أعلى قيمة

$f(2) = \sqrt{16-(2)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$f(4) = \sqrt{16-(4)^2} = \sqrt{0} = 0$

المدى $= [0, 4]$

or

$\{y \in R : 0 \leq y \leq 4\}$

* (لا ضرورة لرسم بالكتاب ص 51)

هبة محمد القطان
الهندسة

ص 51 ت 1-2

أولاً: جد أوسع مجال لكل الدوال التالية

④ $f(x) = \frac{2x-5}{3x-9}$

$3x - 9 = 0 \rightarrow 3x = 9 \rightarrow x = 3$

أوسع مجال $R \setminus \{3\}$

⑩ $f(x) = \sqrt{1-3x}$

$1 - 3x \geq 0 \Rightarrow 1 \geq 3x \Rightarrow \frac{1}{3} \geq x$

أوسع مجال $\{x \in R : x \leq \frac{1}{3}\}$

Scanned with CamScanner
تم المسح ضوئيا بـ CamScanner

ثانيا جد المدى لكل من الدوال التالية

④ $f(x) = \sqrt{4x-1}$

$4x-1 \geq 0 \Rightarrow 4x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{4}$

اوسع مجال $[\frac{1}{4}, \infty)$

$f(\frac{1}{4}) = \sqrt{4 \times \frac{1}{4} - 1} = 0$

$f(1) = \sqrt{4(1)-1} = \sqrt{3}$

$f(x)$ متزايدة

المدى $[\frac{1}{4}, \infty)$

⑥ $f(x) = 2x^3 + 7$

المدى $= R$

⑧ $f(x) = \sqrt[3]{x^2+16}$

المدى $= R$

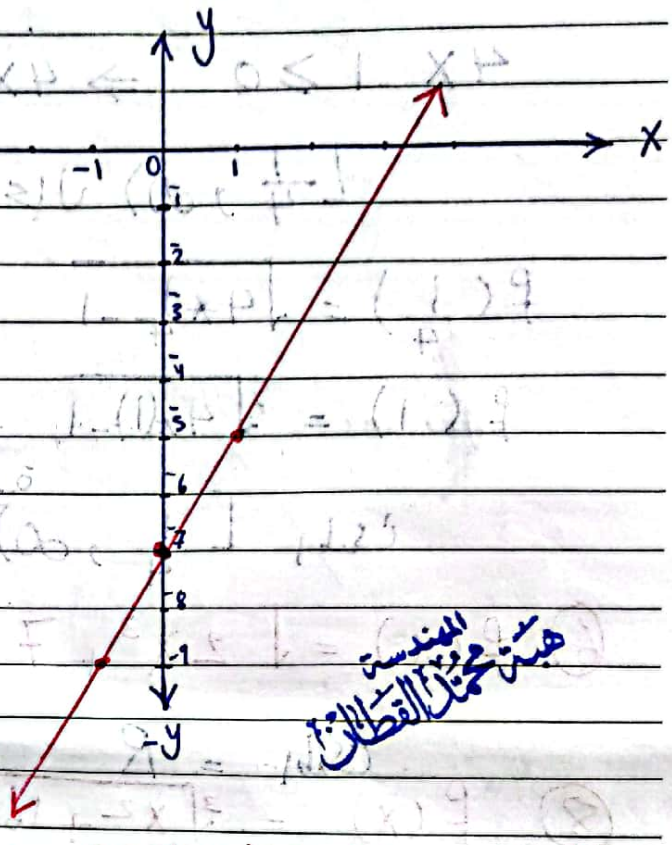
هبة محمد القطان المندسة

Scanned with CamScanner

التمثيل البياني للدالة :

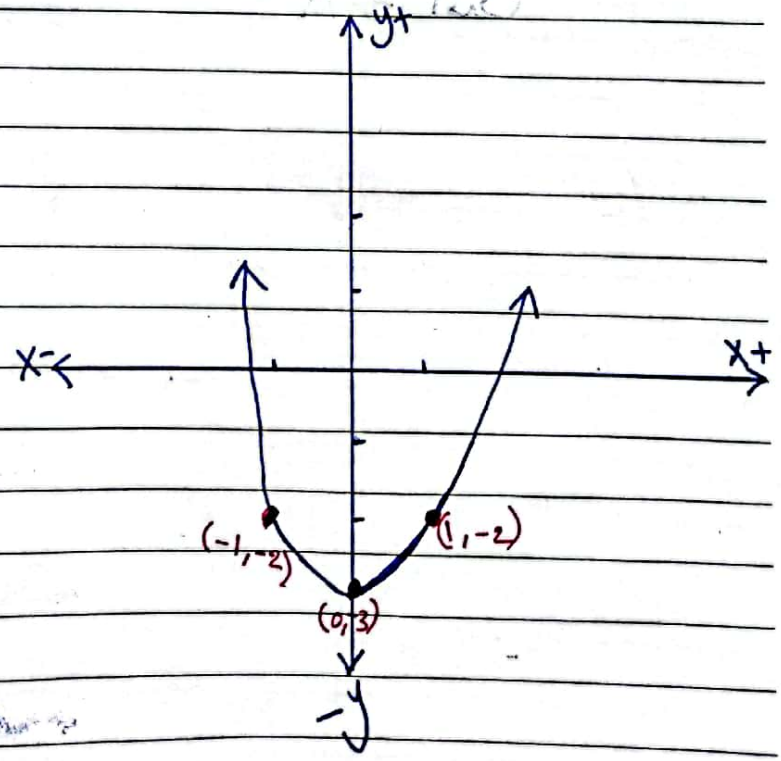
مثال 15 مثل الدالة الكمية الاتية بيانياً $y = f(x) = 2x - 7$

X	$y = 2x - 7$	(X,y)
0	$y = 2(0) - 7$	(0,-7)
	$y = -7$	
1	$y = 2(1) - 7$	(1,-5)
	$y = -5$	
-1	$y = 2(-1) - 7$	(-1,-9)
	$y = -9$	



مثال 16 مثل الدالة الاتية بيانياً $f(x) = x^2 - 3$

X	$y = x^2 - 3$	(X,y)
-1	$y = (-1)^2 - 3$	(-1,-2)
	$y = -2$	
0	$y = (0)^2 - 3$	(0,-3)
	$y = -3$	
1	$y = (1)^2 - 3$	(1,-2)
	$y = -2$	



Scanned with CamScanner
تم المسح ضوئيا بـ CamScanner