الموضوع : المعادلات التاريخ / /

١- حل المعادلة من الدرجة الأولى بمتغيرين x و y :

مثال: جد مجموعة حل المعادلة $3x + 2y = 9$ اذا كانت مجموعة التعويض لكل من المتغيرين x و y هي $\{1,2,3\}$

الحل :

$3x + 2y = 9$

$x, y = \{1, 2, 3\}$

كل زوج مرتب بصيغة (x, y) سوف نقوم بحاصل الضرب الديكارتي لمجموعة التعويض من اجل ان تكون بصيغة (x, y)

$\{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)\}$

ثم بعد ذلك سنبدأ بتعويض كل قيمة لـ x و y حتى نحصل على عبارة صحيحة

مثل $(1,1)$

$(3*1) + (2*1) \stackrel{?}{=} 9$

$3 + 2 \stackrel{?}{=} 9$

$5 \neq 9$ اذن العبارة غير صحيحة

المهندسة هبة محمد القطان

ناخذ $(1,3)$

$3*1 + 2*3 \stackrel{?}{=} 9$

$3 + 6 = 9$ عبارة صائبة

$S.S = \{(1,3)\}$ مجموعة الحل

حل مثال ١ بطريقة ثانية :

$$3X + 2y = 9$$

$$\div 2 \left[2y = 9 - 3X \right]$$

$$y = \frac{9-3X}{2}$$

$X = 1 \Rightarrow y = \frac{9-(3*1)}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow (1,3)$ ✓

↓ صابنة X زي صفر، كدد المطلوبة

$X = 2 \Rightarrow y = \frac{9-(3*2)}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow (2, \frac{3}{2})$ X

X زي لا تبت صفر، كدد

$X = 3 \Rightarrow y = \frac{9-(3*3)}{2} = \frac{0}{2} = 0 \Rightarrow (3,0)$ X

هبة محمد القطان المهندسة

$S.S = \{(1,3)\}$

مثال ٢ : جد مجموعة حل المعادلة $2X + y = 4$

الحل في هذا السؤال لم نعطي مجموعة التعويض ضمن لهذا

أن قيمة (X و y) سوف تكون R أن قيم سالبة

وممكن تكون صفر وممكن تكونه موجبة أو صفر كسرية

$y = 4 - 2X$ * معادلة من الدرجة الأولى متغيرين عددين غير منتهية من الحلول في مجموعة الأعداد الحقيقية R

$X = 0 \Rightarrow y = 4 - (2*0) \Rightarrow y = 4 \Rightarrow (0,4)$

$X = 1 \Rightarrow y = 4 - 2*1 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow (1,2)$

$X = -1 \Rightarrow y = 4 - (2*-1) \Rightarrow y = 6 \Rightarrow (-1,6)$

$S.S = \{(0,4), (1,2), (-1,6) \dots\}$

الموضوع : حل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين /

مثال 3 : لتكن $\{6,5,4,3,2,1\}$ مجموعة التعويض لكل من المعادلتين الآتيتين :

$$3x + y = 8$$
$$3x - y = 4$$

هبة محمد القطان المهندسة

$3x+y=8 \rightarrow y=8-3x$	$3x-y=4 \rightarrow [-y=-3x+4]*-1$
$x=1 \rightarrow y=8-3*1 \rightarrow y=5 \rightarrow (1,5)$	$y=3x-4$
	$x=1 \rightarrow y=3*1-4 \rightarrow y=-1$ X
$x=2 \rightarrow y=8-3*2 \rightarrow y=2 \rightarrow (2,2)$	$x=2 \rightarrow y=3*2-4 \rightarrow y=2 \rightarrow (2,2)$
$x=3 \rightarrow y=8-3*3 \rightarrow y=-1$ X	$x=3 \rightarrow y=3*3-4 \rightarrow y=5 \rightarrow (3,5)$
$x=4 \rightarrow y=8-3*4 \rightarrow y=-4$ X	$x=4 \rightarrow y=3*4-4 \rightarrow y=8$ X
$x=5 \rightarrow y=8-3*5 \rightarrow y=-7$ X	$x=5 \rightarrow y=3*5-4 \rightarrow y=11$ X
$x=6 \rightarrow y=8-3*6 \rightarrow y=-10$ X	$x=6 \rightarrow y=3*6-4 \rightarrow y=14$ X
$S.S_1 = \{(1,5),(2,2)\}$	$S.S_2 = \{(2,2),(3,5)\}$

$$S.S = S.S_1 \cap S.S_2 = \{(2,2)\}$$

الموضوع : التاريخ :

حل المعادلتين

- الطريقة الجبرية
  - أسلوب الحذف
  - أسلوب التعويض
- الطريقة البيانية

حل المعادلتين بطريقة الحذف

مثال 4 جد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين

$$5X + 4y = 8 \quad \cdots ①$$

$$3X - 2y = 7 \quad \cdots ② \quad \times 2$$

نضرب ② × 2 لتتساوى الـ y مع معادلة ①

$$5X + 4y = 8 \quad \cdots ①$$

$$6X - 4y = 14 \quad \cdots ②$$

بالجمع

$$11X = 22 \rightarrow X = \frac{22}{11} \rightarrow X = 2$$

بتعويض قيمة X بالمعادلة ① [او ممكن معادلة رقم ②]

$$5 \times 2 + 4y = 8 \rightarrow 4y = 8 - 10 \rightarrow [4y = -2] \div 4$$

$$y = \frac{-2}{4} \rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

$$S.S = \{(2, -\frac{1}{2})\}$$

الموضوع: حل المعادلتين بطريقة التعويض / /

مثال 5 حدد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين:

$4X - y = -5$ ---①

$8X + 5y = 32$ ---②

الحل:

$4X - y = -5 \rightarrow 4X + 5 = y$ ---①

$8X + 5y = 32 \rightarrow [5y = 32 - 8X] \div 5 \rightarrow y = \frac{32-8X}{5}$ ---②

لساوي المعادلتين ① و ②

$4X + 5 = \frac{32-8X}{5}$

$20X + 25 = 32 - 8X \rightarrow 28X = 32 - 25 \rightarrow X = \frac{7}{28}$

$X = \frac{1}{4}$

ونعوض قيمة X في احدى المعادلات ① أو ② مثلاً معادلة ①

$4X + 5 = y \rightarrow 4 * \frac{1}{4} + 5 = y \rightarrow y = 6$

$S.s = \{(\frac{1}{4}, 6)\}$

مثال 6 حدد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين:

$2X - y = 4$ ---①

$4X - 2y = 10$ ---②

الحل:

$2X - y = 4 \rightarrow y = 2X - 4$ ---①

$2 \div [4X - 2y = 10] \rightarrow y = 2X - 5$ ---②

لساوي المعادلتين

$2X - 4 = 2X - 5 \rightarrow 2X - 2X = 4 - 5$

$0 \neq -1$?

لا يوجد حل للمعادلة

$S.s = \emptyset$

مثال 7 ما الكسر الذي إذا اضيف العدد (1) الى بسطه يكون مساوياً للكسر $\frac{1}{3}$ واذا أضيف العدد (1) الى مقامه أصبح مساوياً للكسر $\frac{1}{4}$ ؟

الحل : نفرض ان بسط الكسر هو X وان مقامه y

اي ان الكسر هو $\frac{X}{y}$

$$\frac{X+1}{y} \times \frac{1}{3} \quad \dots ①$$

$$\frac{X}{y+1} \times \frac{1}{4} \quad \dots ②$$

$$\rightarrow y = 3X + 3 \quad \dots ①$$

$$\rightarrow y+1 = 4X \rightarrow y = 4X - 1 \quad \dots ②$$

نساوي المعادلتين ① و ②

$$4X - 1 = 3X + 3$$

$$3X = 3 + 1 \rightarrow X = 4$$

نعوض في معادلة رقم ①

$$y = (3 \times 4) + 3 \rightarrow y = 15$$

الكسر هو

$$\frac{X}{y} = \frac{4}{15}$$

مثال 8 زاويتان متتامتان قياس احداهما يزيد بمقدار 30° عن اربعة امثال قياس الزاوية الاخرى جد قياس كلا من الزاويتين

الحل : نفرض الزاوية الاولى = X

نفرض الزاوية الثانية = y

$$X + y = 90 \rightarrow \text{زاويتان متتامتان} \quad \dots ①$$

$$[X - 4y = 30 \quad \dots ②] \times -1$$

7

الموضوع : التاريخ / /

$x + y = 90$ ---①

بالطرح $-x + 4y = -30$ ---②

$5y = 60 \rightarrow y = 12°$ حيث الزاوية الثانية

نعوض بمعادلة رقم 1

$x + 12 = 90 \rightarrow x = 78°$ حيث الزاوية الأولى

تمرين (1-1)

1) $2x + 3y = 2 \dots (1)$; $2x - 3y = 0 \dots (2)$

الحل:

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 2 \\ 2x - 3y = 0 \\ \hline [\,4x = 2\,] \div 4 \end{array}$$ بالجمع

$$x = \frac{1}{2}$$

نعوض في معادلة رقم (1)

$$2 \times \frac{1}{2} + 3y = 2 \rightarrow 3y = 2 - 1 \rightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$S.S = \left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right) \right\}$$

الموضوع : التاريخ / /

② $\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 4 \dots ①$, $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 3 \dots ②$

الحل:

$\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 4 \dots ①$

$\left[\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 3 \dots ②\right] * 2$

هبة محمد القطان المهندسة

$\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 4 \dots ①$

$\frac{2}{x} + \frac{4}{y} = 6 \dots ②$ بالطرح

$-\frac{7}{y} = -2 \rightarrow y = \frac{7}{2}$

نعوض في معادلة رقم ١

$\frac{2}{x} - \frac{3}{\frac{7}{2}} = 4 \rightarrow \left[\frac{2}{x} = 4 + \frac{3*2}{7}\right] \div 2$

$\frac{1}{x} = 2 + \frac{3}{7} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{14+3}{7} \rightarrow \frac{1}{x} \times \frac{17}{7}$

$x = \frac{7}{17}$

$S.S = \{(\frac{7}{17}, \frac{7}{2})\}$

4) $\frac{2X-5y}{3} - \frac{3X+8y}{11} = -56$ ، $y = X$

الحل :

$\frac{2X-5X}{3} - \frac{3X+8X}{11} = -56$

$\frac{-3X}{3} - \frac{11X}{11} = -56$

$-2X = -56$

$X = 28$

$S.S = \{(28, 28)\}$

هبة محمد القطان
المهندسة

جد مجموعة الحل لأزواج المعادلات الآتية بالطريقتين الحبرية والبيانية

6) $2X + y = 4$ ، $X - y = -1$

الحل :- جبرياً

$2X + y = 4$ ...①

$X - y = -1$ ...②

بالجمع

$3X = 3 \rightarrow X = 1$

نعوض في المعادلة رقم 1

$2 \times 1 + y = 4 \rightarrow y = 2$

$S.S = \{(1, 2)\}$

3 عدد مؤلف من رقمين، مجموع رقميه يساوي 9، فإذا استبدلنا آحاده بمئاته حصلنا على عدد يقل عن العدد الأصلي بمقدار 63
فما هو العدد؟

الحل: نفرض ان رقم الاحاد = x
نفرض ان رقم العشرات = y

$x + y = 9 \quad \ldots ①$

العدد قبل التغيير (العدد الاصلي) $= x + 10y$
العدد بعد التغيير $= 10x + y$

$(x + 10y) - (10x + y) = 63$

$x + 10y - 10x - y = 63$

$[-9x + 9y = 63] \div 9$

$-x + y = 7 \quad \ldots ②$

$x + y = 9 \quad \ldots ①$
$-x + y = 7 \quad \ldots ②$ بالجمع

$2y = 16 \rightarrow \boxed{y = 8}$

نعوض في معادلة رقم 1

$x + 8 = 9 \rightarrow x = 9 - 8 \rightarrow \boxed{x = +1}$

العدد $= x + 10y \leftarrow 1 + (10 * 8) \rightarrow$ العدد الاصلي $= 81$

هبة محمد القطان المهندسة

الموضوع :

ملخص

المعادلة من الدرجة الثانية لمتغير واحد
$(ax^2+bx+c=0)$

- تحليل المقدار إلى العوامل
  - بالتجربة x^2, x
  - عامل مشترك x^2, x
  - فرق بين مربعين x^2, رقم
- إكمال المربع
  [إضافة (معامل x / 2)^2 الى طرفي المعادلة]
- قانون (دستور)
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

* المميز b^2-4ac
* $b^2-4ac>0$ ← المميز موجب ← جذرين حقيقيين مختلفين
* $b^2-4ac=0$ ← جذرين حقيقيين متشابهين
* $b^2-4ac<0$ ← المميز سالب ← لا يوجد حل للمعادلة ($S.S=\emptyset$)

هبة محمد القطان — الهندسة

إيجاد المعادلة التربيعية اذا علم جذراها

$$x^2-(\text{مجموع الجذرين})\cdot x+(\text{حاصل ضرب الجذرين})=0$$

[معادن - ميكانيك - هاتف (12) ميكانيكا ونيك سيارات - نقط] اول

الموضوع: المعادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد:

هنالك ثلاث طرائق لحل هذا النوع من المعادلات هي:

١- طريقة التحليل الى العوامل
٢- طريقة اكمال المربع
٣- طريقة القانون (الدستور)

اولاً:- طريقة التحليل:

مثال 10 مستخدماً طريقة التحليل الى العوامل، جد مجموعة حل المعادلات الآتية:

a) $x^2+5x=-6$

$x^2+5x+6=0$

التحليل بالتجربة

$(x+3)(x+2)=0$

أما $x+3=0 \rightarrow x=-3$

أو $x+2=0 \rightarrow x=-2$

$S.s=\{-2,-3\}$

b) $3x^2-5x=0$

التحليل باستخدام العامل المشترك

$x(3x-5)=0$

أما $x=0$

أو $3x-5=0 \rightarrow 3x=5$

$x=\frac{5}{3}$

$S.s=\{0,\frac{5}{3}\}$

c) $9x^2=16$

$9x^2-16=0$

التحليل بطريقة الفرق بين مربعين

$(3x-4)(3x+4)=0$

أما $3x-4=0 \rightarrow x=\frac{4}{3}$

أو $3x+4=0 \rightarrow x=-\frac{4}{3}$

$\Rightarrow S.s\{\frac{4}{3},\frac{-4}{3}\}$

ملخص *

التحليل الى العوامل

- التجربة
- المربع الكامل / عامل مشترك
- الفرق بين مربعين

الموضوع :

التاريخ / /

ثانياً طريقة اكمال مربع :

مثال ١١ حل المعادلة $x^2+4x-5=0$ بطريقة اكمال مربع :

$x^2+4x=5$

الحل : اضافة المقدار $\left(\frac{\text{معامل } x}{2}\right)^2$ لطرفي المعادلة

$\left(\frac{4}{2}\right)^2=4$

$x^2+4x+4=5+4$

$(x+2)^2=9$ بجذر الطرفين

$x+2=\pm 3$

اما $x=3-2=1$

او $x=-3-2=-5$

$S.s=\{-5,1\}$

ثالثاً طريقة القانون (الدستور) :

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$ax^2+bx+c=0$

• العامل المميز b^2-4ac

١) اذا كان العامل مميز عدداً موجباً اي $(b^2-4ac>0)$ فان للمعادلة جذرين حقيقيين مختلفين (غير متساويين) .

٢) اذا كان العامل المميز $(b^2-4ac=0)$ فان للمعادلة جذرين حقيقيين متساويين لسيادي كل منهما $\frac{-b}{2a}$

٣) اذا كان المعامل $b^2-4ac<0$ سالباً فأن ليس للمعادلة جذور في R (مجموعة الحل مجموعة خالية $\varnothing$)

مثال 12 جد مجموعة الحل للمعادلة $x^2+2x=4$ بطريقة الدستور؟

الحل:-

$a=1 \quad , b=2 \quad , c=-4$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4*1*-4}}{2*1}$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{4+16}}{2} \rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{20}}{2} \rightarrow x=\frac{-2\pm 2\sqrt{5}}{2}$$

$4*5$

$$x=\frac{2(-1\pm\sqrt{5})}{2} \rightarrow x=-1\pm\sqrt{5}$$

$$S.s=\{-1+\sqrt{5}\ ,\ -1-\sqrt{5}\}$$

مثال 13 جد مجموعة الحل للمعادلة $x^2-10x+25=0$ بطريقة الدستور

$a=1 \quad , b=-10 \quad , c=25$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4*1*25}}{2*1}$$

$$x=\frac{10\pm\sqrt{100-100}}{2} \rightarrow x=\frac{10}{2} \rightarrow x=5$$

$$S.s=\{5\}$$

هبة محمد القطان
الهندسة

التاريخ / /

الموضوع :

مثال 14 :- بين ان المعادلة $X^2 - 2X + 5 = 0$ ليس لها حل في مجموعة الاعداد الحقيقية R ؟

الحل :-

$a = 1 \quad , \quad b = -2 \quad , \quad c = 5$

$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 * 1 * 5 = 4 - 20$

$= -16 < 0$

وعا ان المميز عدد سالب اذا فانه ليس للمعادلة حل في مجموعة الاعداد الحقيقية R

ايجاد المعادلة التربيعية اذا علم جذرها :-

$aX^2 + bX + C = 0$

القانون :-

$X^2 - ($مجموعة الجذرين$) . X + ($حاصل ضرب الجذرين$) = 0$

مجموعة الجذرين $= \frac{-b}{a}$ ، حاصل ضرب الجذرين $= \frac{c}{a}$

مثال 15 : كون معادلة تربيعية جذرياً العددين 3- ، 2

الحل :

$X^2 - ($مجموعة الجذرين$) . X + ($حاصل ضرب الجذرين$) = 0$

$X^2 - (-3+2)X + (-3*2) = 0$

$X^2 + X - 6 = 0$

هبة محمد القطان

الموضوع :

التاريخ / /

مثال 16 حل مجموعة حل المعادلة $X^2 - 4X + 3 = 0$ وتحقق من صحة الحل قدماً المعلومات الواردة في أعلاه.

$X^2 - 4X + 3 = 0$

$(X - 3)(X - 1) = 0$

إما $X - 3 = 0 \rightarrow X = 3$

أو $X - 1 = 0 \rightarrow X = 1$

$S.S = \{1, 3\}$

هيئة تحرير المنسة القطاع

تقارن

مجموع الجذرين $(1+3) = 4$ ، $\frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{1} = 4$

حاصل ضرب الجذرين $(3*1 = 3)$ ، $\frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3$

$X^2 - (\text{مجموع الجذرين}).X + (\text{حاصل ضرب الجذرين}) = 0 \rightarrow X^2 - 4X + 3 = 0$

مثال 17 : اذا كان احد جذري المعادلة $X^2 + KX - 15 = 0$ يساوي 3 فما الجذر الاخر وما قيمة K ؟

الحل :-

نفرض ان الجذر المجهول هو h

حاصل ضرب الجذرين $= 3h = -15$

قيمة الجذر الثاني $h = -5$

مجموع الجذرين $3 + (-5) = -2$

او مباشرة نقارن مع المعادلة مجموع الجذرين $= \frac{-b}{a}$

$\frac{-K}{1} = -2$

$K = 2$

التاريخ / /

الموضوع :

س1 ص20 ت2-1

س1 / مجموعة حل المعادلات الآتية تحليلاً طريقة التحليل :

a) $6x^2+7x-3=0$

$(2x+3)(3x-1)=0$

إما $2x=-3 \rightarrow x=\frac{-3}{2}$

أو $3x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{3}$

$S.s=\{\frac{-3}{2}, \frac{1}{3}\}$

d) $16=x^2-6x$

$x^2-6x-16=0$

$(x-8)(x+2)=0$

إما $(x-8)=0 \rightarrow x=8$

أو $x+2=0 \rightarrow x=-2$

$S.s=\{8,-2\}$

e) $3x^2=9x$

$[3x^2-9x=0] \div 3 \rightarrow x^2-3x=0$

$x(x-3)=0 \rightarrow$ إما $x=0$

أو $x-3=0 \rightarrow x=3$

$S.s=\{0,3\}$

هيئة المهندسة محمد القطان

2- حل المعادلات الآتية بإتباع طريقة اكمال المربع

a $x^2 - 7x - 8 = 0$

$x^2 - 7x = 8$

إضافة المقدار $(\text{معامل } x \div 2)^2 = \left(\frac{-7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$

$x^2 - 7x + \frac{49}{4} = 8 + \frac{49}{4}$

$(x - \frac{7}{2})^2 = \frac{32+49}{4}$

$(x - \frac{7}{2})^2 = \frac{81}{4}$ بجذر الطرفين

$x - \frac{7}{2} = \frac{\pm 9}{2}$

ا) $x - \frac{7}{2} = \frac{9}{2} \rightarrow x = \frac{9}{2} + \frac{7}{2} = \frac{16}{2} = 8$

او) $x - \frac{7}{2} = \frac{-9}{2} \rightarrow x = \frac{-9}{2} + \frac{7}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

$S.S = \{-1, 8\}$

هبة محمد القطان المهندسة

الموضوع :

التاريخ / /

3- جد مجموعة حل المعادلات الآتية مستخدماً طريقة الدستور :

c) $4x^2 = 12x - 9$

$4x^2 - 12x + 9 = 0$

$a = 4 \quad , \quad b = -12 \quad , \quad c = 9$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{(12)^2 - 4*4*9}}{2*4}$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8}$$

$$x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$S.S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

تنسيق هبة محمد القطان المهندسة

الموضوع :

التاريخ / /

4) كون المعادلة التربيعية التي جذريها $1+\sqrt{3}$ ، $1-\sqrt{3}$

مجموع الجذرين $= 1+\sqrt{3}+1-\sqrt{3} = 2$

ضرب الجذرين $= (1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})$

$= 1-\sqrt{3}+\sqrt{3}-3$

$= -2$

$X^2 - (\text{مجموع الجذرين})X + \text{حاصل ضرب الجذرين} = 0$

$X^2 - 2X - 2 = 0$

هبة محمد القطان
الهندسة

س6 : جد قيمة K التي تجعل جذري المعادلة $x^2-(k-2)x+9=0$ متساويين ؟

$a=1$ ، $b=-(k-2)$ ، $c=9$

$b^2-4ac = (-(k-2))^2 - 4*1*9 = 0$

$(k-2)^2 - 36 = 0$

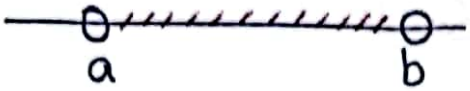
$(k-2-6)(k-2+6) = 0 \rightarrow (k-8)(k+4) = 0$

$k-8=0 \rightarrow k=8$

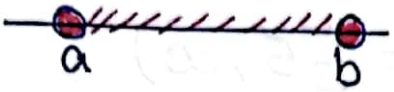
$k+4=0 \rightarrow k=-4$

الفترات الحقيقية:

١- الفترة المفتوحة: (a,b)



٢- الفترة المغلقة $[a,b]$:

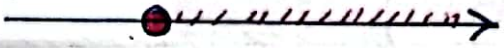


٣- الفترة نصف مفتوحة، نصف مغلقة $[a,b)$، $(a,b]$

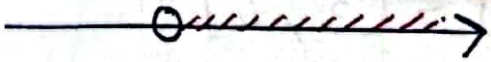


* مجموعات عددية غير محددة: وتكون بأربع صيغ هي

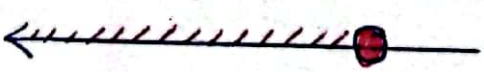
$\{x : x \in R, x \geq a\} = [a,\infty)$ (a



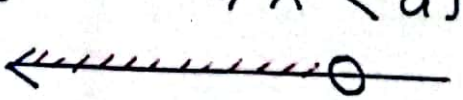
$\{x : x \in R, x > a\} = (a,\infty)$ (b



$\{x : x \in R, x \leq a\} = (-\infty, a]$ (c



$\{x : x \in R, x < a\} = (-\infty, a)$ (d

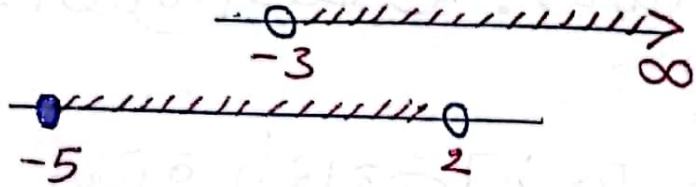


هبة محمد القطان المهندسة

مثال 18 : مثل على خط الاعداد كلاً مما يأتي

a) $\{X : X > -3\} \cup [-5, 2)$

الحل :

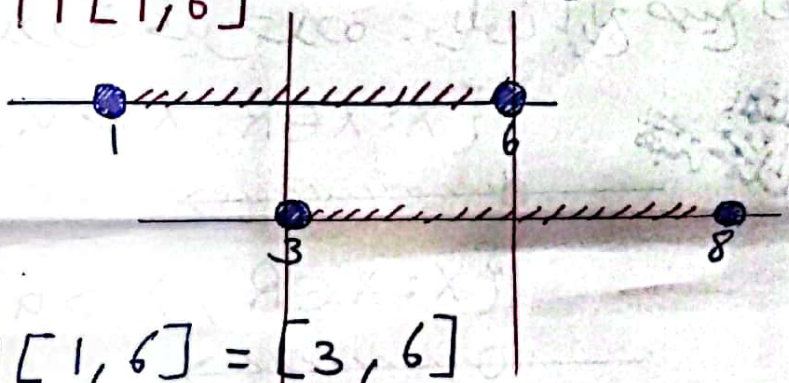


$\{X : X > -3\} \cup [-5, 2) = [-5, \infty)$

or $\{X : X \geq -5\}$

المهندسة
هبة محمد القطان

b) $[3,8] \cap [1,6]$



$[3,8] \cap [1,6] = [3,6]$

القيمة المطلقة للعدد الحقيقي

مثال 19 : لاحظ الأمثلة العددية الآتية :-

① $|5| = 5$ ② $|-5| = 5$ ③ $\left|-\frac{3}{4}\right| = \frac{3}{4}$

④ $|3-2| = |2-3| = 1$

تعريف القيمة المطلقة للعدد الحقيقي x

$$|X| = \begin{cases} X & \forall x \geq 0 \\ -X & \forall X < 0 \end{cases}$$

المهندسة هبة محمد القطان

مثال 20 : عبر باستعمال تعريف القيمة المطلقة للعدد الحقيقي عن المقدار الجبري

$$|X-3|, X \in R$$

الحل :

$$|X-3| = \begin{cases} (X-3) & X \geq 3 \\ -(X-3) & X < 3 \end{cases}$$

$X-3=0 \rightarrow X=3$

الفترات الحقيقية:

حل بعض المعادلات التي تحتوي قيمه مطلقه:

باستعمال تعريف القيمة

مثال 21 جد مجموعة حل المعادلات

$|X-2|=4$

الحل:

$$|X-2| = \begin{cases} (X-2) & X \geq 2 \\ -(X-2) & X < 2 \end{cases}$$

$X-2=4 \rightarrow X=4+2 \rightarrow X=6$ $\boxed{X \geq 2}$ ①

المهندسة هبة محمد القضاة

$\boxed{X<2}$ ②

$-(X-2)=4 \rightarrow -X+2=4 \rightarrow$

$-X=4-2 \rightarrow [-X=2] *-1$

$X=-2$

$S.s=\{-2,6\}$

مثال 22 جد مجموعة حل المعادلة $X^2-|X|=12$

$$X = \begin{cases} X & X \geq 0 \\ -X & X < 0 \end{cases}$$

at $X^2-X=12$ $(X \geq 0)$

$X^2-X-12=0$

$(X+3)(X-4)=0$

إما $X+3=0 \rightarrow X=-3$ (مرفوض لأن $X \geq 0$)

أو $X-4=0 \rightarrow X=4$ ✓

at $X^2-(-X)=12$ $(X<0)$

$X^2+X-12=0$

$(X+4)(X-3)=0$

إما $X+4=0 \rightarrow X=-4$ ✓

أو $X-3=0 \rightarrow X=3$ (مرفوض لأن $X<0$)

$S.s=\{4,-4\}$

باستعمال تعريف القيمة المطلقة للعدد الحقيقي جد قيمة مايأتي :-

1) $|\sqrt{3}-5|$

2) $|-20| = 20$

3) $\left|\frac{3}{-4}\right| = \frac{3}{4}$

4) $|-11| = 11$

س5: حل المعادلات الآتية في مجموعة الاعداد الحقيقية :

a) $\left|\frac{x}{2}-1\right| = 5$

المهندسة هبة محمد القطان

الحل :

$$\left|\frac{x}{2}-1\right| = \begin{cases} \frac{x}{2}-1 & x \geq 2 \\ -\left(\frac{x}{2}-1\right) & x < 2 \end{cases}$$

$\frac{x}{2}-1=0 \rightarrow \frac{x}{2}=1 \Rightarrow x=2$

at $x \geq 2$

$\frac{x}{2}-1=5$

$\frac{x}{2}=5+1$

$\frac{x}{2}=6 \rightarrow x=12$

at $x < 2$

$-\left(\frac{x}{2}-1\right)=5$

$-\frac{x}{2}+1=5$

$-\frac{x}{2}=5-1$

$-\frac{x}{2}=4 \rightarrow x=-8$

$S.s=\{-8, 12\}$

ج) $|x^2+5| = 9$

$x^2+5 = 9$

$x^2 = 9-5$

(جذر الطرفين) $\sqrt{x^2} = \sqrt{4}$

$x = \pm 2$

$S.S = \{-2, +2\}$

المتباينات (المتراجحات) من الدرجة الأولى

مثال 25 : جد مجموعة حل المتباينة $-2 \leq 2x-3 \leq 4$ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد

الحل :-

$-2 \leq 2x-3 \leq 4$

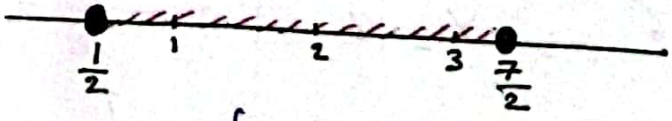
من أجل التخلص منه نقوم بإضافة العدد 3 إلى المتباينة

$-2+3 \leq 2x-3+3 \leq 4+3$

$[1 \leq 2x \leq 7] \div \frac{1}{2}$

للتخلص من معامل x نقسم المتباينة على معامل x

$\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$



$S.S = \{x \in R : \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}\}$

هبة محمد القطان المهندسة

ج/ جد مجموعة حلول كل من المتباينة الاتية :

i) $|X-2|<5$

$-5<X-2<5$

$-5+2<X-2+2<5+2$

$-3<X<7$

$S.S=\{X:-3<X<7\}$

المهندسة هبة محمد القطان

المتباينات من الدرجة الثانية : $X^2\geq a^2$ او $X^2\leq a^2$

قاعدة :

- اذا كانت المتباينة $X^2\leq a^2$ فإن مجموعة حلها هي $[-a,+a]$
- اذا كانت المتباينة $X<a^2$ فإن مجموعة حلها هي $(-a,+a)$
- اذا كانت $X^2>a^2$ فإن مجموعة حلها هي $R/[-a,+a]$
- اذا كانت $X^2\geq a^2$ فإن مجموعة حلها هي $R/(-a,+a)$

مثال 28 : جد مجموعة حل المتباينة

a) $X^2\leq 16$

$X\leq \pm 4$

$S.S=[+4,-4]$

b) $X^2-25<0$

$X^2<25$

$X<\pm 5$

$S.S=(+5,-5)$

c) $2X^2>18$

$X^2>9$

$X>\pm 3$

$S.S=R/[+3,-3]$

d) $X^2\geq 3$

$X\geq \pm\sqrt{3}$

$S.S=R/(-\sqrt{3},+\sqrt{3})$